

单元素养测评卷(一)

第9章

(时间:120分钟 分值:150分)

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. [2025·江苏镇江碧桂园学校高一期中] 化简: $\overrightarrow{AB} - (\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{BC}) + \overrightarrow{DA} =$ ()

A. $2\overrightarrow{AD}$ B. $\overrightarrow{AD}$ C. $\mathbf{0}$ D. $2\overrightarrow{DA}$

2. 已知向量 $\mathbf{a} = (1, -2)$, $|\mathbf{b}| = 4|\mathbf{a}|$, $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$, 则 $\mathbf{b}$ 的坐标可能是 ()

A. $(4, 8)$ B. $(8, 4)$
C. $(-4, -8)$ D. $(-4, 8)$

3. [2025·江苏南京高一期中] 已知向量 $\mathbf{a} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, 1\right)$, $\mathbf{b} = (-\sqrt{3}, 0)$.

若 $(\mathbf{a} + \lambda\mathbf{b}) \perp \mathbf{b}$, 则 $\lambda =$ ()

A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$ B. $-\frac{\sqrt{3}}{6}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

4. 已知 $\mathbf{a} = (2, 3)$, $\mathbf{b} = (-4, 7)$, 则向量 $\mathbf{a}$ 在 $\mathbf{b}$ 上的投影向量是 ()

A. $\frac{\sqrt{65}}{5}$ B. $\frac{\sqrt{13}}{5}$
C. $\left(-\frac{4}{5}, \frac{7}{5}\right)$ D. $\left(\frac{2}{5}, \frac{7}{5}\right)$

5. [2025·安徽芜湖一中高一调研] 在边长为1的正方形 $ABCD$ 中, 点 E, F 分别是 BC, CD 的中点, 则 $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{EF} =$ ()

A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $-\frac{3}{4}$ D. $-\frac{1}{4}$

6. [2025·江苏海安中学高一质检] 如图所示, 平行四边形 $ABCD$ 的对角线相交于点 O , $2AE = EO$, 若 $\overrightarrow{DE} = \lambda\overrightarrow{AB} + \mu\overrightarrow{AD} (\lambda, \mu \in \mathbf{R})$, 则 $\lambda + \mu$ 等于

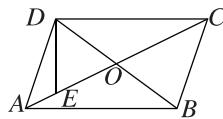
()

A. 1 B. -1 C. $-\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{8}$

7. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\left(\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|} + \frac{\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|}\right) \cdot \overrightarrow{BC} = 0$, 且 $\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|} \cdot \frac{\overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{BC}|} =$

$-\frac{\sqrt{2}}{2}$, 则 $\triangle ABC$ 是 ()

A. 三边互不相等的三角形 B. 等边三角形
C. 等腰直角三角形 D. 顶角为钝角的等腰三角形



8. [2025·湖南长沙一中高一质检] 已知 $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC}$, $|\overrightarrow{AB}| = \frac{1}{t}$,

$|\overrightarrow{AC}| = t$, 若点 P 是 $\triangle ABC$ 所在平面内一点, 且 $\overrightarrow{AP} = \frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|} +$

$\frac{9\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|}$, 则 $\overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{PC}$ 的最大值等于 ()

A. 76 B. 78 C. 80 D. 82

二、选择题:本题共3小题,每小题6分,共18分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得6分,部分选对的得部分分,有选错的得0分.

9. 设 $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ 是平面内的一组基底, 则下面的四组向量能构成平面内的一组基底的是 ()

A. $2\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2$ 和 $\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2$ B. $3\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2$ 和 $2\mathbf{e}_2 - 6\mathbf{e}_1$
C. $\mathbf{e}_1 + 3\mathbf{e}_2$ 和 $\mathbf{e}_2 + 3\mathbf{e}_1$ D. $\mathbf{e}_1$ 和 $\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2$

10. [2025·山东泰安一中高一月考] 已知向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 的夹角为 60° , $|\mathbf{a}| = 2$, $|\mathbf{b}| = 1$, 则在下列向量中, 与向量 $\mathbf{a} - \mathbf{b}$ 的夹角为锐角的向量有 ()

A. $-\mathbf{a}$ B. $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ C. $\mathbf{a} + 2\mathbf{b}$ D. $\mathbf{b} - 2\mathbf{a}$

11. [2025·江苏常州中学高一质检] 向量积在数学和物理中发挥着重要作用. 定义向量 $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ 的向量积的模 $|\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = |\mathbf{a}| |\mathbf{b}| \sin \langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle$, 其中 $\langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle$ 表示向量 $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ 的夹角, 则下列说法中正确的是 ()

A. $|\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = |\mathbf{a} \times (-\mathbf{b})|$

B. 若 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 为非零向量, 且 $|\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = |\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}|$, 则 $\langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle = \frac{\pi}{4}$

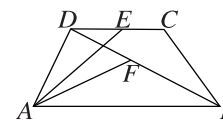
C. 若 $\triangle ABC$ 的面积 $S = \frac{1}{2} |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cdot \sin \angle BAC$, 则 $|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}| = 2S$

D. 若 $|\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = \sqrt{3} \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 3$, 则 $|\mathbf{a} + \mathbf{b}|^2$ 的最小值为 3

三、填空题:本题共3小题,每小题5分,共15分.

12. [2025·山西太原一中高一质检] 向量 $\overrightarrow{AB} = (2, 1)$ 在向量 $\overrightarrow{AC} = \left(0, \frac{1}{2}\right)$ 上的投影向量为 $\lambda\overrightarrow{AC}$, 则 $\lambda =$ _____.

13. [2025·江苏宿迁中学高一质检] 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{DC}$, 点 E 是 CD 的中点, 点 F 在线段 BD 上, 若 $\overrightarrow{AF} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AE} + n\overrightarrow{DC}$, 则 n 的值为 _____.



14. 已知点 A, B, C 均位于同一单位圆 O 上, 且 $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = |\overrightarrow{AB}|^2$, 若 $\overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{PC} = 3$, 则 $|\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC}|$ 的取值范围为 _____.

四、解答题:本题共5小题,共77分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (13分) 已知单位向量 $\mathbf{a}$ 满足 $(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \cdot (\mathbf{a} - \mathbf{b}) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = -1$.

(1) 求 $|\mathbf{a} - \mathbf{b}|$ 的值;

(2) 设 $\mathbf{a} - \mathbf{b}$ 与 $2\mathbf{a} + \mathbf{b}$ 的夹角为 θ , 求 $\sin \theta$ 的值.

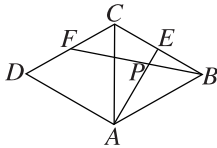


16. (15 分) 已知力 $\boldsymbol{F}$ (方向斜向上) 与水平方向的夹角为 30° , 大小为 50 N , 一个质量为 8 kg 的木块受力 $\boldsymbol{F}$ 的作用在动摩擦因数 $\mu = 0.02$ 的水平平面上运动了 20 m . 力 $\boldsymbol{F}$ 和摩擦力 $\boldsymbol{f}$ 所做的功分别为多少? (取重力加速度的大小为 10 m/s^2)

17. (15 分)[2025 · 湖南湘潭一中高一月考] 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $AB = AC = 4$, E, F 分别是边 BC, CD 的中点, AE 与 BF 交于点 P , 设 $\overrightarrow{AB} = \boldsymbol{a}, \overrightarrow{AD} = \boldsymbol{b}$.

(1) 用 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 表示 $\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{BF}$;

(2) 求 $\angle EPF$ 的余弦值.



18. (17 分) 在平面直角坐标系中, 已知点 $A(1, 4), B(-2, 3), C(2, m)$.

(1) 若 A, B, C 三点共线, 求实数 m 的值.

(2) 若 $\triangle ABC$ 是锐角三角形, 求实数 m 的取值范围.

(3) 是否存在实数 m , 使得 $\overrightarrow{AB}$ 在 $\overrightarrow{AC}$ 上的投影向量是 $\frac{1}{13}\overrightarrow{AC}$? 若存在, 请求出实数 m 的值; 若不存在, 请说明理由.

19. (17 分)[2025 · 江苏苏州中学高一质检] 设坐标平面上全部向量的集合为 A , 已知由 A 到 A 的对应关系 f 由 $f(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{x} - 2(\boldsymbol{x} \cdot \boldsymbol{a})\boldsymbol{a}$ 确定, 其中 $\boldsymbol{x} \in A, \boldsymbol{a} = (\cos \theta, \sin \theta), \theta \in \mathbf{R}$.

(1) 当 θ 取值范围变化时, $f[f(\boldsymbol{x})]$ 是否变化? 试证明你的结论.

(2) 若 $|\boldsymbol{m}| = \sqrt{5}, |\boldsymbol{n}| = \frac{\sqrt{5}}{2}$, 且 $f[f(\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n})]$ 与 $f[f(2\boldsymbol{m} - \boldsymbol{n})]$ 垂直, 求向量 $\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}$ 的夹角.